

非ニュートン流体の長方形管 入口助走域における定常層流

その一 指数則流体

立花規良* 源野広和**

Steady Laminar Flow of Non-Newtonian Fluids in the
Inlet Region of Rectangular Duct

Part 1 Power Law Fluid

Motoyoshi TACHIBANA and Hirokazu GENNO

(Received Feb. 8, 1986)

A steady laminar flow of an incompressible non-Newtonian fluid (power law fluid) in the inlet region of rectangular duct was studied by the theoretical analysis using finite difference methods and the experiment on pressure drop. Theoretical predictions were compared with experimental data and analytical results available and the agreement was shown to be satisfactory. Therefore, the pressure drop and the velocity distribution in the inlet region were discussed on the basis of typical computations. It was shown that the velocity in the duct center and the pressure drop of a non-Newtonian fluid were smaller than those of a Newtonian fluid, the inlet length of a non-Newtonian fluid was larger than that of a Newtonian fluid and the additional pressure loss in the inlet region was smaller in a non-Newtonian fluid than in a Newtonian fluid.

* 機械工学科

** 三洋電機株式会社

1 結 言

非ニュートン流体が容器から管路へ定常層流状態で流入するとき、管路の入口部分に形成される助走域流れは、富田¹⁾とBogue²⁾が指数則流体の円管内流れを積分法により解析して以来、多くの研究者により、解析と実験の両面から調べられてきた。その主要なものの概要をまとめて表1に示した。^{1)~26)} この表より、指数則流体の円管内流れが多数をしめるが、平行二平面間のチャンネル流れや二重円管内流れについても研究がおこなわれているのが見い出される。しかし、管路が長方形管である場合については、その基礎方程式が複雑になるため解明がおくれ、指数則流体の正方形管

表1 非ニュートン流体の定常層流助走域流れ

Investigator	Year	Shape	Fluid	Theoretical	Experimental
Tomita ¹⁾	1959	Circular	Power law	Integral	
Bogue ²⁾	1959	Circular	Power law	Integral	
Tomita ³⁾	1960	Circular	Power law	Variational	
Collins and Schowalter ⁴⁾	1963	Channel	Power law	Patched	
Collins and Schowalter ⁵⁾	1963	Circular	Power law	Patched	
Kapur and Gupta ⁶⁾	1963	Channel	Reiner-Philippoff	Integral	
Kapur and Gupta ⁷⁾	1963	Channel	Power law	Integral	
Metzner and White ⁸⁾	1965	Channel	Viscoelastic	Integral	
Michiyoshi et al. ⁹⁾	1965	Circular	Bingham	Variational	Pressure
Tomita and Yamane ¹⁰⁾	1966	Circular	Viscoelastic	Integral	
Gupta ¹¹⁾	1967	Circular	Reiner-Rivlin	Integral	
Kobayashi and Tomita ¹²⁾	1970	Circular	Viscoelastic	Integral	Pressure
Chen et al. ¹³⁾	1970	Circular	Bingham	Integral	
Gupta ¹⁴⁾	1970	Channel	Power law	Integral	
Sylvester and Rosen ¹⁵⁾	1970	Circular	Power law		Pressure
Boger and Ramamurthy ¹⁶⁾	1970	Circular	Power law		Pressure
Ramamurthy and Boger ¹⁷⁾	1971	Circular	Power law		Velocity
Curr et al. ¹⁸⁾	1972	Square	Power law	Numerical	
Bilgen ¹⁹⁾	1973	Circular	Viscoelastic	Integral	Pressure
Tiu and Bhattacharyya ²⁰⁾	1973	Annular	Power law	Integral	
Bhattacharyya and Tiu ²¹⁾	1974	Annular	Power law		Pressure
Tiu and Bhattacharyya ²²⁾	1974	Annular	Power law		Velocity
Liu and Shah ²³⁾	1975	Annular	Casson	Numerical	
Soto and Shah ²⁴⁾	1976	Circular	$\tau = \tau_y + \alpha \dot{\gamma} ^n$	Numerical	
Salem and Embaby ²⁵⁾	1977	Square	Power law		Pressure
Chandrupatla and Sastri ²⁶⁾	1978	Square	Power law	Numerical	

内助走域流につき, Curr¹⁸⁾とChandrupatla-Sastri²⁶⁾が差分法により解析し, 数値計算例を図示したものと, Salem-Embaby²⁵⁾が積分法による圧力降下を実験結果により検討したもののはかには, ほとんど報告されていないようである。

そこで, 著者らは, 非ニュートン流体として指数則流体を考え, この流体が大きな容器から水平に設置されたまっすぐな長方形管に一樣な速度分布で流入し, 入口助走域において流れを発達させ, 完全発達流れになるまでの定常層流について, 差分法による解析法を提示する。次いで, 長方形管の助走域から完全発達域にわたる管軸方向の圧力降下について実験し, それらの結果と解析結果を比較検討し, 本解析法の有効性を確立する。さらに, 数値例により, 助走域における速度の発達状態を解明し, 助走域における付加損失や助走域の長さが流体の非ニュートン性や長方形管の形状により, どのように変化するかを明らかにする。

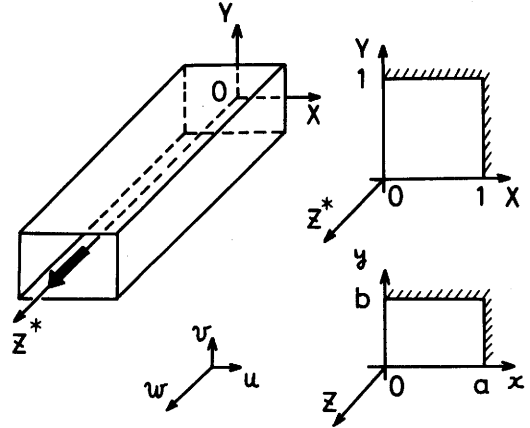


図1 座標と流れ

2 理 論

2.1 基礎方程式

図1のような直線直交座標系 (x, y, z) におかれた長方形管に非圧縮性の非ニュートン流体が, $z = 0$ の断面から定常層流状態で流入している場合を考える。この流れ場を支配する運動方程式と連続の式に境界層近似を適用すると,

$$\rho \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = -\frac{dp}{dz} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (1)$$

$$\Delta \equiv \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

となる。式(1)の $\eta(\Delta)$ は非ニュートン粘性関数で, 非ニュートン流体として指数則流体を考えると,

$$\eta(\Delta) = m \cdot \Delta^{\frac{n-1}{2}} \quad (3)$$

となる。式(1)と式(2)では, 方程式と未知数の数が一致しない。そこで, 式(1)に対し, Cominiらの手法²⁷⁾を適用し,

$$\rho \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{dp}{dz} \approx \rho \bar{w} \cdot \varepsilon(z) \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \rho \cdot L(z) \quad (4)$$

と近似し, 式(2)を,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \rightarrow \int_0^b \int_0^a \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] dx \cdot dy = 0 \quad (5)$$

と巨視化する。さらに、 z 方向に補助座標 ζ を、

$$dz = \varepsilon(z) \cdot d\zeta \quad (6)$$

により導入すると、式 (1) と式 (5) は、

$$\rho \bar{w} \frac{\partial w}{\partial \zeta} = \rho \cdot L(\zeta) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (7)$$

$$\int_0^b \int_0^a w \, dx \, dy = \text{const.} = \bar{w} \cdot ab \quad (8)$$

となる。両式より、 $w(x, y, z)$ と $L(\zeta)$ が決定される。 p と ε は式 (1) とエネルギー式 [式 (1) $\times w$] の $z = \text{const.}$ での断面内巨視化近似により

$$p_0 - p = \frac{\rho}{ab} \int_0^b \int_0^a (w^2 - \bar{w}^2) \, dx \, dy + \int_0^\zeta \varepsilon(z) \cdot L(\zeta) \, d\zeta \quad (9)$$

$$\varepsilon(z) = \frac{\rho \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\int_0^b \int_0^a \left(\frac{w^3}{2\bar{w}} - w^2 \right) \, dx \, dy \right]}{\int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{w}{\bar{w}} - 1 \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} \right] \, dx \, dy} \quad (10)$$

となる。さらに、 z と ζ の関係は、式 (6) より、

$$z = \int_0^\zeta \varepsilon(z) \, d\zeta = \int_0^\zeta \left[\frac{\rho \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\int_0^b \int_0^a \left(\frac{w^3}{2\bar{w}} - w^2 \right) \, dx \, dy \right]}{\int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{w}{\bar{w}} - 1 \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta(\Delta) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} \right] \, dx \, dy} \right] d\zeta \quad (11)$$

である。これらの支配方程式を無次元表示にするために、次のような諸無次元量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{x}{a}, & Y &= \frac{y}{b}, & Z^* &= \frac{z}{2b \cdot Re}, & \zeta^* &= \frac{\zeta}{2b \cdot Re}, & \alpha &= \frac{a}{b} \geq 1 \\ W &= \frac{w}{\bar{w}}, & P^* &= \frac{p_0 - p}{\frac{1}{2} \rho \bar{w}^2}, & L^* &= \frac{L}{\frac{L}{b \cdot Re}}, & \Delta^* &= \frac{\Delta}{\left(\frac{w}{b} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで、 α は長方形管の縦横比、 \bar{w} は z 方向の平均流速、 p_0 は長方形管入口断面の圧力、 ρ は流体の密度であり、 Re はレイノルズ数で、

$$Re = \frac{\rho \bar{w}^{2-n} D_e^n}{m} = \left(\frac{4\alpha}{\alpha+1} \right)^n \cdot \frac{\rho \bar{w}^{2-n} b^n}{m} \quad (13)$$

で与えられる。式 (7) ~ 式 (11) は、

$$\frac{\partial W}{\partial \zeta^*} = 2L^* + C \left[\left(F \cdot \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \frac{\partial}{\partial X} \right) W + \alpha^2 \left(F \cdot \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial F}{\partial Y} \cdot \frac{\partial}{\partial Y} \right) W \right] \quad (14)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 W dX dY = 1 \quad (15)$$

$$\varepsilon^* = \frac{1}{C} \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial \zeta^*} \left[\int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{1}{2} W^3 - W^2 \right) dX dY \right]}{\int_0^1 \int_0^1 \left[(W-1) \left\{ \left(F \cdot \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \frac{\partial}{\partial X} \right) W + \alpha^2 \left(F \cdot \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial F}{\partial Y} \cdot \frac{\partial}{\partial Y} \right) W \right\} \right] dX dY} \quad (16)$$

$$P^* = 2 \int_0^1 \int_0^1 (W-1) dX dY + 4 \int_0^{\zeta^*} \varepsilon^* \cdot L^* d\zeta^* \quad (17)$$

$$Z^* = \frac{1}{C} \int_0^{\zeta^*} \left[\frac{\frac{\partial}{\partial \zeta^*} \left[\int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{1}{2} W^3 - W^2 \right) dX dY \right]}{\int_0^1 \int_0^1 \left[(W-1) \left\{ \left(F \cdot \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \frac{\partial}{\partial X} \right) W + \alpha^2 \left(F \cdot \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial F}{\partial Y} \cdot \frac{\partial}{\partial Y} \right) W \right\} \right] dX dY} \right] d\zeta^* \quad (18)$$

となる、これらの式中の C と $F(\Delta^*)$ は

$$C = \frac{2}{\alpha^2} \cdot \left(\frac{4\alpha}{\alpha+1} \right)^n \quad F(\Delta^*) = [\Delta^*]^{\frac{n-1}{2}} \quad (19)$$

である。本論文では、流れ場の対称性を考慮し、図1のような四半領域 ($0 \leq X \leq 1$, $0 \leq Y \leq 1$, $Z^* \geq 0$) において、境界条件

$$\left. \begin{array}{ll} \text{長方形管入口断面} & Z^* = 0 \cdots W = 1, P^* = 0 \\ \text{長方形管壁} & X = 1, 0 \leq Y \leq 1 \cdots W = 0 : Y = 1, 0 \leq X \leq 1 \cdots W = 0 \\ \text{長方形管軸上} & Y = 0, 0 \leq X \leq 1 \cdots \frac{\partial W}{\partial Y} = 0 : X = 0, 0 \leq Y \leq 1 \cdots \frac{\partial W}{\partial X} = 0 \end{array} \right\} \quad (20)$$

のもとに、式(14)～(19)の連立方程式系を解き

$$W = W(X, Y, Z^*), \quad P^* = P^*(Z^*) \quad (21)$$

を決定する。

2.2 解 法

基礎方程式は差分近似し、電子計算機により解いた。式(14)を差分近似するため、長方形管内の四半領域を図2のように ($M \times M$) の格子に分割し、各格子点を原点 O から X , Y 方向に番号を付けて、 (i, j) , $(i, j = 1, 2, \dots, M+1)$ で表す。また、格子点間隔を原点 O から順に、 h_1, h_2, \dots, h_M で表す。 Z^* 方向 (ζ^* 方向) は長方形管入口から順に、 $\Delta \zeta^{*l}$ ($l = 1, 2, \dots$) で分割し、各断面を入口も含めて、添字 $l = 0, 1, 2, \dots$ で表す。また、次のような記号を導入する。

$$\delta_{x,i,j}^l W_j^k = C \left[2F^l \cdot \frac{h_i W_{(i-1)j}^k - (h_i + h_{i-1}) W_{ij}^k + h_{i-1} W_{(i+1)j}^k}{h_i h_{i-1} (h_i + h_{i-1})} - \frac{\partial F^l}{\partial X} \cdot \frac{W_{(i+1)j}^k - W_{(i-1)j}^k}{h_i + h_{j-1}} \right] \quad (22.1)$$

$$\delta_{y,i,j}^l W_i^k = C \left[2F^l \cdot \frac{h_j W_{i(j-1)}^k - (h_j + h_{j-1}) W_{ij}^k + h_{j-1} W_{i(j+1)}^k}{h_j h_{j-1} (h_j + h_{j-1})} - \frac{\partial F^l}{\partial Y} \cdot \frac{W_{i(j+1)}^k - W_{i(j-1)}^k}{h_j + h_{j-1}} \right] \quad (22.2)$$

式(14)に、ADI法²⁰⁾を適用して解く。すなわち、式(14)を、

$$\frac{W_{ij}^* - W_{ij}^n}{\Delta \zeta^{*(n+1)}} = 2L^* + \delta_x^l \left[\frac{W_{ij}^* + W_{ij}^n}{2} \right] + \delta_y^l W_{ij}^n \quad (23 \cdot 1)$$

$$\frac{W_{ij}^{**} - W_{ij}^n}{\Delta \zeta^{*(n+1)}} = 2L^* + \delta_x^l \left[\frac{W_{ij}^* + W_{ij}^n}{2} \right] + \delta_y^l \left[\frac{W_{ij}^{**} + W_{ij}^n}{2} \right] \quad (23 \cdot 2)$$

のように2段階にわけて

$$\left. \begin{aligned} W_{(M+1)j}^* &= W_{i(M+1)}^* = 0 \\ W_{(M+1)j}^{**} &= W_{i(M+1)}^{**} = 0 \\ W_{i1}^* &= W_{i2}^* , \quad W_{1j}^* = W_{2j}^* \\ W_{i1}^{**} &= W_{i2}^{**} , \quad W_{1j}^{**} = W_{2j}^{**} \\ i, j &= 1, 2, \dots, M+1 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

の境界条件で解く。解法の手順の詳細を図3に示した。

3 実験

3.1 装置と方法

実験装置の概略を図4に示した。供試液体は、主タンク⑨からねじポンプ①により、オーバフロータンク②にくみあげられ、一定液頭のもとで、貯液槽③から長方形管④を流れ、粘性決定用円管⑤または⑥をへて、流量を計量タンク⑦と台ばかり⑧で測定され、主タンクにもどされる。液体の粘性が大きく、オー

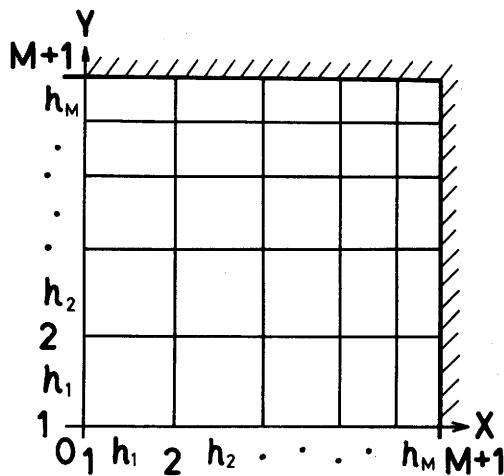


図2 差分分割と格子点

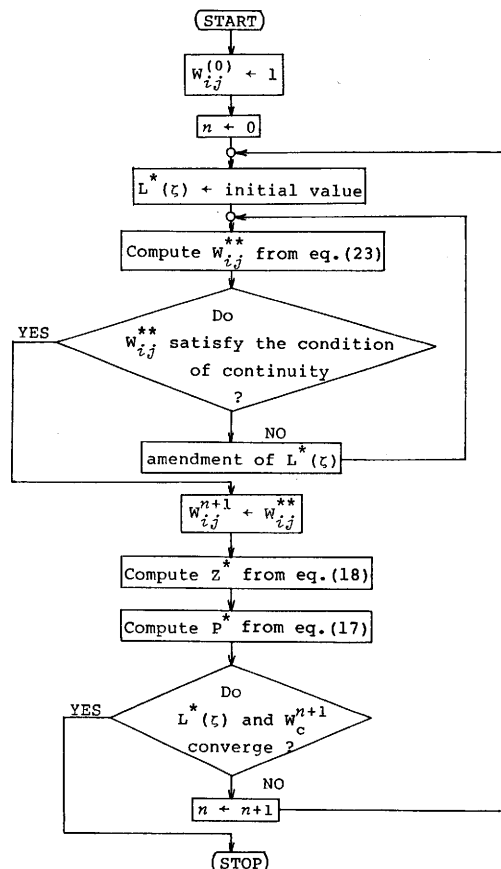


図3 計算の手順

パフロー方式の圧力分布の観測が困難となる時には、直接循環方式を採用した。供試長方形管は、アクリル製の全長 3.6 m のもので、縦横比 α が 1 (正方形管), 2 および 5 の三種類で、貯液槽からの管入口部には丸みがつけられている。長方形管の管入口からの圧力分布は、多管式マノメータで測定したが、圧力測定孔の配置を図 5 に示し、図中に、供試長方形管の主要諸元を併記した。供試液体は長方形管を通過後、二種類の円管部 (直径: I は 15.47 mm, II は 9.33 mm) のどちらかを通るが、それぞれに、圧力損失測定孔 (距離 800 mm) を設置し、それを円管流式レオメータとして使い、液体の非ニュートン粘性の決定に使用した。

3.2 供試液体

ニュートン流体としては、グリセリン水溶液を使用し、非ニュートン流体としては、HEC (Hydroxy Ethyl Cellulose) の水溶液を用いた。溶媒は、水道水で、特別な化学処理などは行わなかった。供試液体の流動特性 ($\tau_w \sim 8\bar{w}/D$) は、本実験範囲では、指数則モデル

$$\tau_w = m' \cdot \left(\frac{8\bar{w}}{D} \right)^n \quad (25)$$

であらわされた。そこで、供試の HEC 水溶液は、指数則流体

$$\tau = m \cdot \left(-\frac{dw}{dr} \right)^n, \quad m = m' / \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (26)$$

であるとし、非ニュートン粘性関数の物性値 (m , n) を決定した。それらの一部を表 2 に示し、

表 2 供試液体の非ニュートン粘性

α	n	$m' (\text{Pa} \cdot \text{s}^n)$	$m (\text{Pa} \cdot \text{s}^n)$	$8\bar{w}/D (1/\text{s})$
1	0.8296	0.08344	0.08005	179 - 1536
	0.7900	0.08280	0.07869	218 - 2130
	0.7484	0.2289	0.2156	193 - 907
2	0.9214	0.03084	0.03025	101 - 874
	0.8512	0.05814	0.05606	87 - 880
	0.7776	0.1698	0.1609	31 - 794
	0.7404	0.2014	0.1893	78 - 1034
5	0.9590	0.01496	0.01480	48 - 751
	0.8867	0.04405	0.04284	47 - 790
	0.6963	0.2127	0.1979	57 - 1168
	0.6760	0.2809	0.2602	53 - 1190

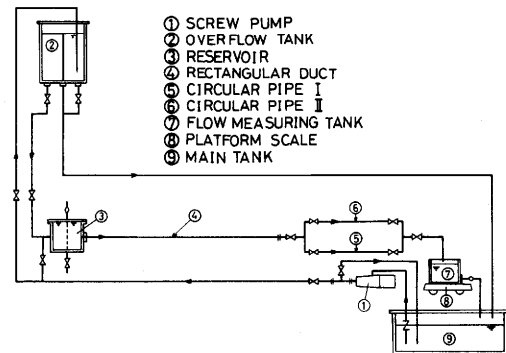


図 4 実験装置の概略

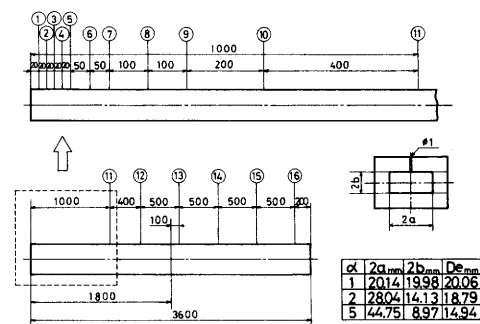


図 5 長方形管の主要諸元と圧力測定孔配置

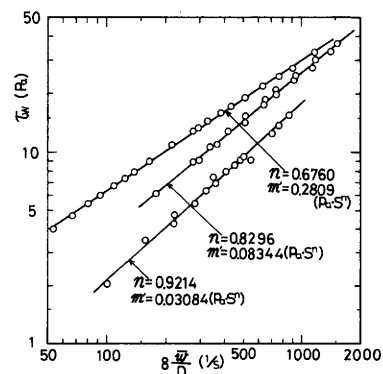


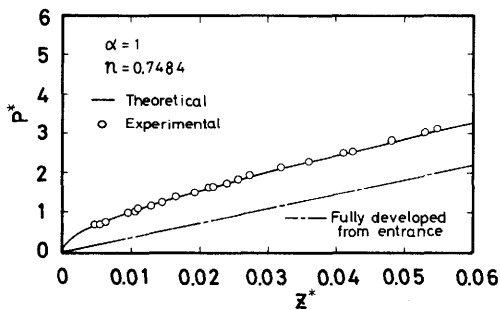
図 6 供試液体の流動特性

その基礎となった流動曲線を図6に例示した。

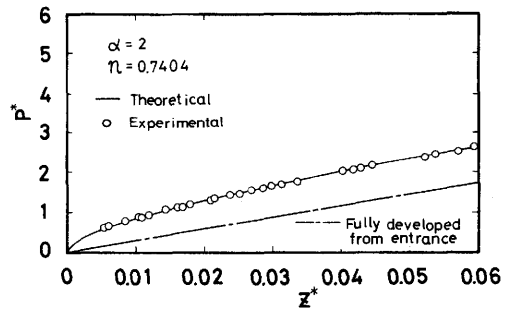
4 検 討

4.1 圧力降下

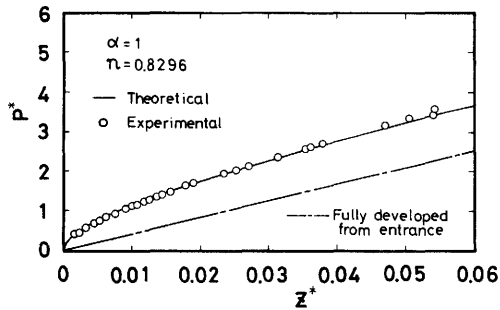
長方形管の入口助走域における P^* と Z^* の関係の実験結果を、図7～図9に図示し、それぞれの解析結果を実線で記入した。各図の(a)図は、ニュートン流体のもので、実線は $n = 0.999$ の計算結果である。また、各図の実験結果は、3～5種類のレイノルズ数における結果を総合図示したもので、レイノルズ数の差異は Z^* の形で統合される。これらの図より、解析結果は、実験結果($\alpha = 1 \sim 5$, $n = 1 \sim 0.6$)と満足すべき一致をみせることがわかる。次に、図10は、Currらの正方



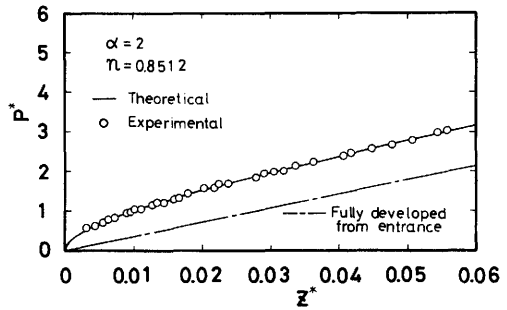
(c) $n = 0.7484$ (非ニュートン流体)



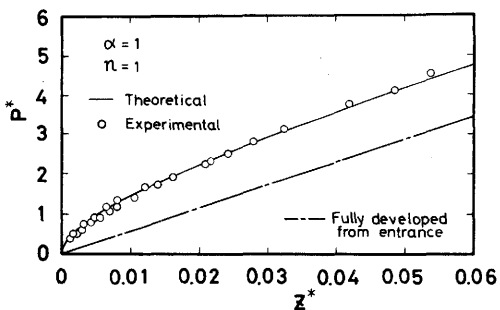
(c) $n = 0.7404$ (非ニュートン流体)



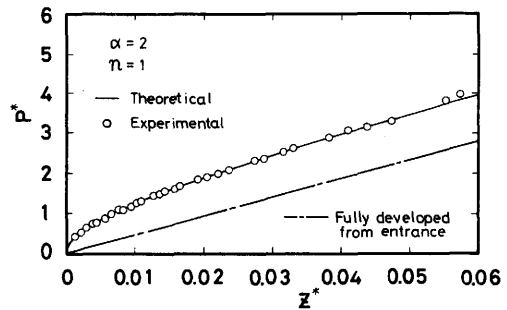
(b) $n = 0.8296$ (非ニュートン流体)



(b) $n = 0.8512$ (非ニュートン流体)



(a) $n = 1$ (ニュートン流体)



(a) $n = 1$ (ニュートン流体)

図7 圧力降下 ($\alpha = 1$)

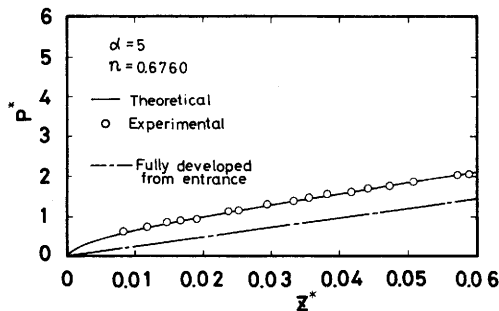
図8 圧力降下 ($\alpha = 2$)

形管 ($\alpha = 1$) における解析結果¹⁸⁾と本解析結果を比較したもので、両解析結果はよい一致をみせ、本解法が妥当な結果を与えるものであることが確認される。さらに、長方形管の縦横比 α を変化させたときの本解析の数値計算結果を図11に示した。以上のような図示から、(1) 非ニュートン指数 n の減少と共に減少する、(2) P^* は、同一性状の流体では、流体の非ニュートン指数 n に独立に、長方形管の縦横比 α の増加と共に減少する(正方形管が最大)、ことがわかった。

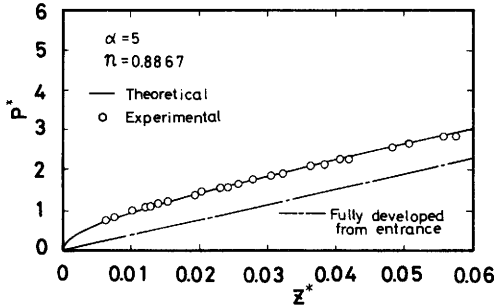
4.2 速度分布

長方形管の助走域における速度の発達状態について、数値計算結果により検討を行う。長方形管の中心 (Z^* 軸) の速度 W_c と Z^* の関係を図12に示した。 W_c は Z^* の増加と共に増大し、一定値に

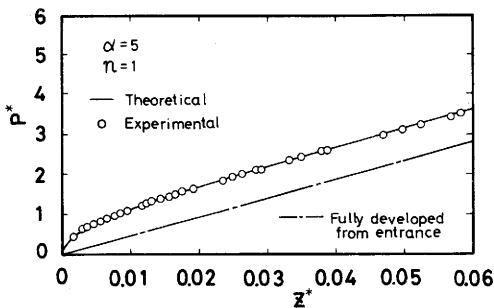
漸近するが、 W_c は非ニュートン指数 n の減少 ($1 \rightarrow 2/3 \rightarrow 1/3$) や縦横比 α の増加 ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$) と共に減少するのが見出される。次に、速度分布の発達をみるために、長方形管の X 軸



(c) $n = 0.6760$ (非ニュートン流体)



(b) $n = 0.8867$ (非ニュートン流体)



(a) $n = 1$ (ニュートン流体)

図9 圧力降下 ($\alpha = 5$)

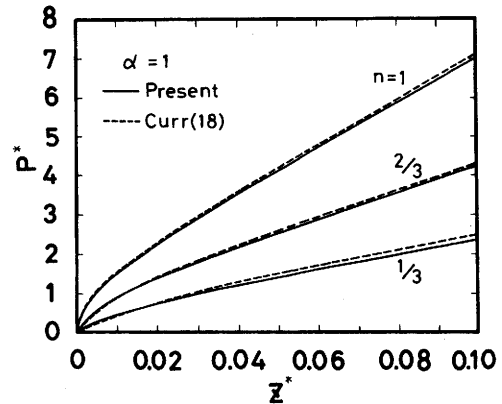


図10 圧力降下 ($\alpha = 1$)

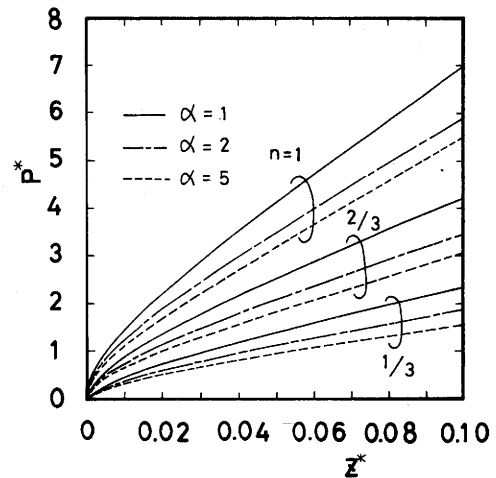


図11 圧力降下 ($\alpha = 1 \sim 5$)

上, Y 軸上および中心と角を結ぶ対角線上 ($X=Y$ と表示) の速度分布の発達状況を, 図13～図16に示した。図13は, 正方形管についての Curr らの解析結果¹⁸⁾ との比較であるが, ほぼ完全に一致する。図14～図16は, $\alpha=1, 2$ および5の本解析結果で, 速度分布は, 非ニュートン指数 n の減少と共により偏平になり, 非ニュートン流体ではニュートン流体にくらべ, よ

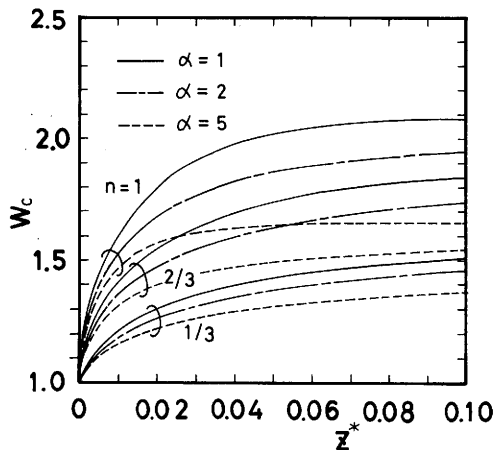


図12 管中心速度 ($\alpha=1 \sim 5$)

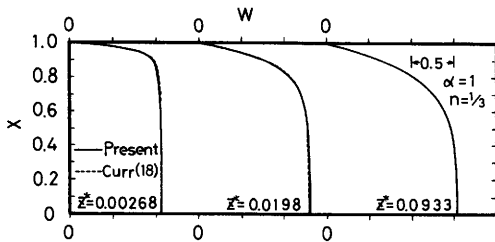


図13 速度分布の発達 ($\alpha=1$)

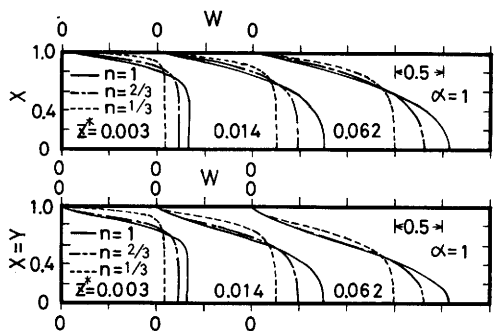


図14 速度分布の発達 ($\alpha=1$)

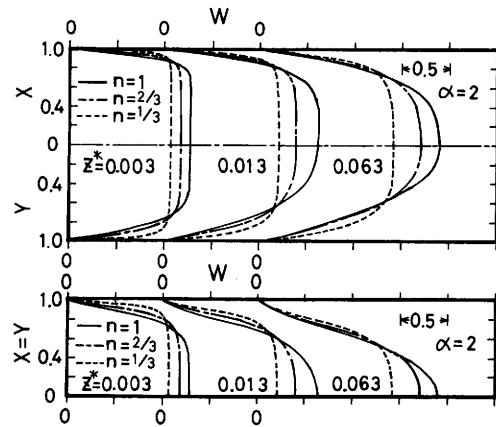


図15 速度分布の発達 ($\alpha=2$)

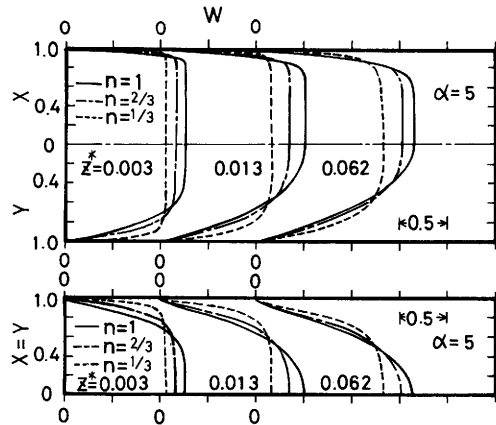


図16 速度分布の発達 ($\alpha=5$)

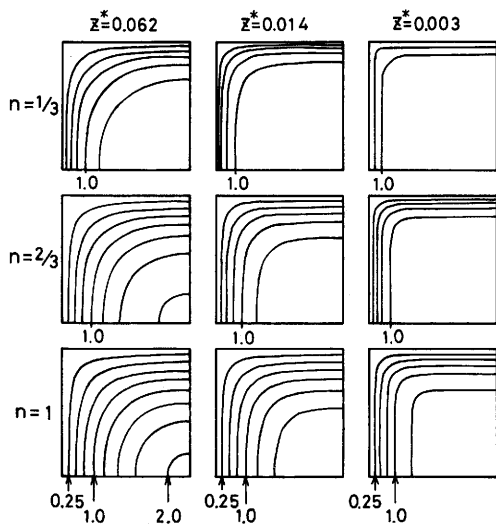
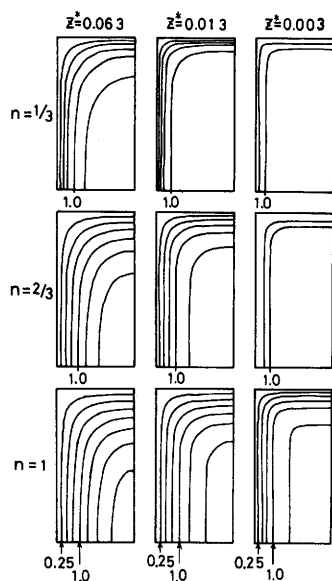
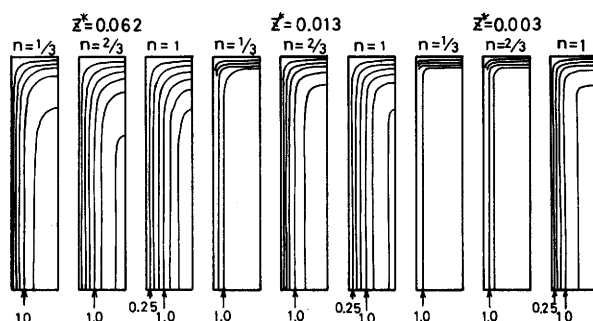


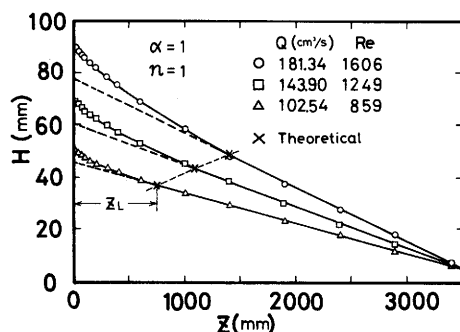
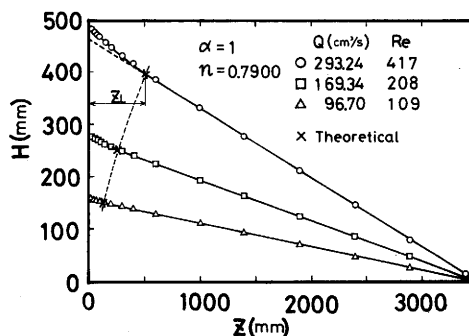
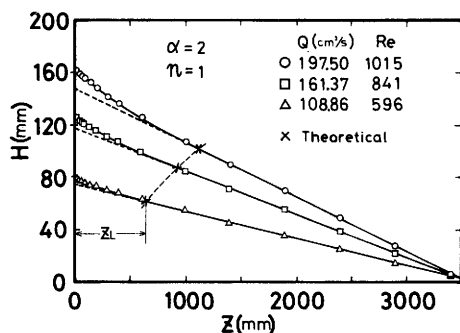
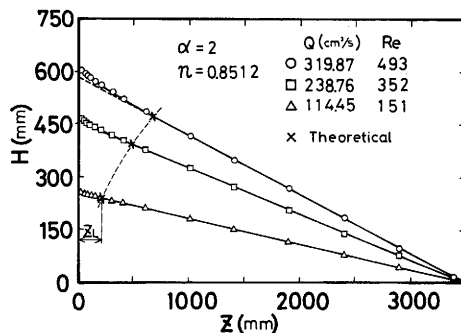
図17 等速度線図 ($\alpha=1$)

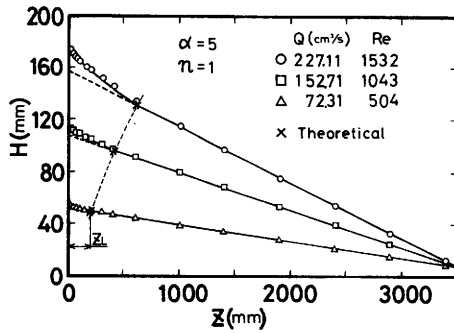
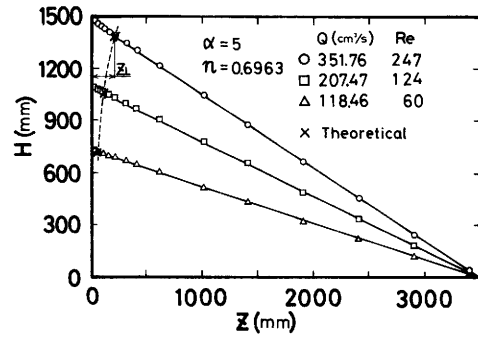
図18 等速度線図 ($\alpha = 2$)図19 等速度線図 ($\alpha = 5$)

り偏平な状態を保ちながら次第に発達しているのがわかる。さらに、長方形管軸直交断面における等速度線図を図17～19に示した。

4.3 助走域長さと呼加損失

長方形管の管入口からの距離 Z (mm) とその位置のマノメータ高さ H (mm) の観測結果の一部を図20～図22に例示した。観測結果は管入口から十分はなれた完全発達域のこ

(a) $n = 1$ (ニュートン流体)(b) $n = 0.7900$ (非ニュートン流体)図20 助走域の長さ ($\alpha = 1$)(a) $n = 1$ (ニュートン流体)(b) $n = 0.8512$ (非ニュートン流体)図21 助走域の長さ ($\alpha = 2$)

(a) $n = 1$ (ニュートン流体)(b) $n = 0.6963$ (非ニュートン流体)図22 助走域長さ ($\alpha = 5$)

う配直線より、管入口近くで逸脱する。この領域が助走域で、逸脱開始点の管入口からの距離が助走域長さ z_L とみなしうるが、その判定は非常にむずかしい。そこで、この領域では、観測結果の連結線を実線で、完全発達域の外挿線を破線で示し、助走域長さ z_L の解析結果を×印で図示した。このような図示から、 z_L は Re の増加と共に増大することが確認され、解析結果は実験結果と、大略、一致することが見出される。さらに、助走域長さ z_L の無次元量 z_L^* と非ニュートン指数 n の関係を図23に示した。 z_L^* は n の減少と共に増加するのがわかる。すなわち、非ニュートン流体では、ニュートン流体にくらべ、助走域長さは大きくなる。

流体が長方形管の助走域流れにおいて付加的に生ずる圧力損失を特性づける付加損失係数 K は、

$$K \equiv P^* - P_f^* = P^* - G \cdot Z^* \quad (27)$$

で定義される。 P_f^* は流れが長方形管の入口から完全に発達しているときの圧力降下で、 Z^* に比例し、比例係数 G は流体の非ニュートン指数 n と長方形管の縦横比 α に依存する。図7～図9の一点鎖線は、 P_f^* と Z^* の関係を示したものである。 K は流れが十分発達すると Z^* に独立な一定値に漸近する。この時の K の値が K_∞ で、助走域を含む十分に長い長方形管における圧力降下は、

$$P^* = K_\infty + G \cdot Z^* \quad (28)$$

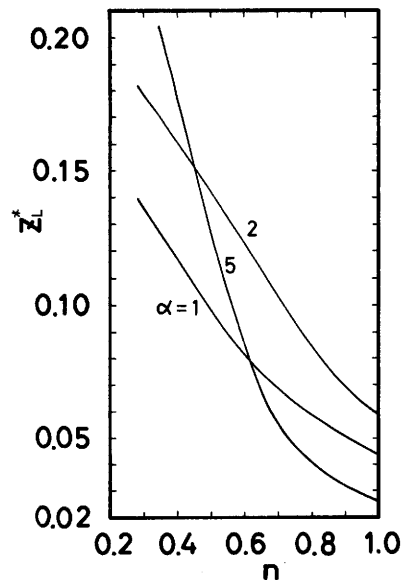


図23 助走域長さ

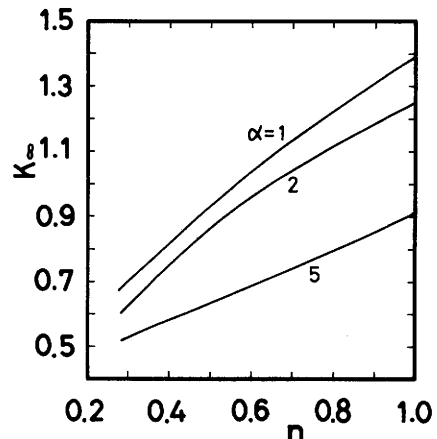


図24 助走域付加損失

と表される。 K_{∞} と n の関係を図24に示した。 K_{∞} は n が小さくなるにつれ、また、 α が大きくなるにつれ、減少するのがわかる。また、この図より、 K_{∞} はニュートン流体の正方形管内流において最大となることも見い出される。

5 結 論

非ニュートン指数則流体の長方形管の入口助走域から完全発達域にわたる定常層流について、差分法による理論解析と圧力降下の実験により検討し、解析法の妥当性を確立した。さらに、数値計算結果により、非ニュートン指数則流体では、ニュートン流体にくらべ、

- (1) 助走域における圧力降下は、小さく、非ニュートン指数の減少と共に減少する。
- (2) 助走域における管中心速度は、小さく、非ニュートン指数の減少と共に減少する。
- (3) 速度分布は、偏平となり、助走域においては、より偏平な状態を保ちながら発達する。
- (4) 助走域長さに、大きくなり、非ニュートン指数の減少と共に増大する。
- (5) 助走域付加損失は、小さく、非ニュートン指数の減少と共に減少する。

ことを見い出し、長方形管の形状効果について、

- (6) 助走域における圧力降下と管中心速度は、流体の非ニュートン指数に独立に、縦横比の増加と共に減少する。

ことを明らかにした。

おわりに、実験に協力された、瀬野浩史、山崎起男、諏訪善文、坂本勝、水野善子の諸君に感謝します。また、コンピュータ処理に関する助言に対し、川端信義助手に謝意を表します。

文 献

- 1) 富田幸雄, 化学工学, **23**, 525 (1959).
- 2) B.C.Bogue, Ind. Eng. Chem., **51**, 874 (1959).
- 3) 富田幸雄, 日本機械学会論文集, **26** - 165, 675 (1960).
- 4) M.Collins and W.R.Schowalter, AIChEJ., **9**, 98 (1963).
- 5) M.Collins and W.R.Schowalter, AIChEJ., **9**, 804 (1963).
- 6) J.N.Kapur and R.C.Gupta, Appl. Sci. Res., **A-14**, 13 (1963).
- 7) J.N.Kapur and R.C.Gupta, ZAMM., **3**, 135 (1963).
- 8) A.B.Metzner and J.L.White, AIChEJ., **11**, 989 (1965).
- 9) 岐美格 はか2名, 日本原子力学会誌, **7**, 554 (1965).
- 10) 富田幸雄, 山根隆一郎, 日本機械学会論文集, **32** - 234, 250 (1966).
- 11) R.C.Gupta, Acta Technica CSAV., **12**, 405 (1967).
- 12) 小林東和, 富田幸雄, 日本機械学会論文集, **36** - 287, 1109 (1970).
- 13) S.S.Chen et al., AIChEJ., **16**, 293 (1970).
- 14) R.C.Gupta, Int.J.Non-Linear Mechanics, **5**, 325 (1970).
- 15) N.D.Sylvester and S.L.Rosen, AIChEJ., **16**, 964 (1970).
- 16) D.V.Boger and A.V.Ramamurthy, AIChEJ., **16**, 1088 (1970).
- 17) A.V.Ramamurthy and D.V.Boger, Trans. Soc. Rheo., **15**, 709 (1971).

- 18) R.M.Curr et al., Computer Methods in Appl. Mech. and Eng., 1, 143 (1972).
- 19) E.Bilgen, Trans. ASME., 40 -E, 381 (1973).
- 20) C.Tiu and S.Bhattacharyya, Can.J.Chem. Eng., 51, 47 (1973).
- 21) S.Bhattacharyya and C.Tiu, AIChEJ., 20, 154 (1974).
- 22) C.Tiu and S.Bhattacharyya, AIChEJ., 20, 1140 (1974).
- 23) J.Liu and V.L.Shah, Appl. Sci. Res., 31, 213 (1975).
- 24) R.J.Soto and V.L.Shah, Appl. Sci. Res., 32, 73 (1976).
- 25) E.Salem and M.H.Embaby, Appl. Sci. Res., 33, 119 (1977).
- 26) A.R.Chandrupatla and V.M.K.Sastri, Numerical Methode in Laminar and Turbulent Flow, 547 (1978), Pentech Press.
- 27) G.Comini et al., Int.J.Num.Meth. Eng., 15, 507 (1980).
- 28) パトリック・P・ローチェ, コンピュータによる流体力学 上, 3 A-16 (1978), 構造計画研究所.